Empezar BI

PROGRESIONES

1 El tercer término de una progresión aritmética es 15 y el sexto 27.
a) Calcula el décimo término.
b) Calcula la suma de los primeros diez términos.
c) La suma de los n primeros términos es 5250. Calcula el valor de n.

2 El quinto término de una progresión aritmética es 8 y el octavo es 17.
a) Calcula el vigésimo término.
b) Calcula la suma de los veinte primeros términos.

3 Los primeros cuatro términos de una progresión aritmética son 8; 7,5; 7; 6,5.
a) Calcula el décimo término.
b) ¿Qué término es igual a cero?
c) La suma de los n primeros términos es 65. Calcula el valor de n.

4 Considera la progresión geométrica 2; 6; 18;..
a) Escribe la razón común.
b) ¿Cuál es el primer término cuyo valor excede a 1000?
c) Calcula la suma de los primeros diez términos.

5 Considera la progresión geométrica 5, 10, 20, 40,…
a) Calcula el décimo término.
b) ¿Cuál es el valor del primer término que excede a 3000?
c) Calcula la suma de los primeros veinte términos.

6 El quinto término de una progresión geométrica es 128 y el sexto 512.
a) Calcula la razón y el primer término.
b) ¿Qué término vale 32768?
c) ¿Cuántos términos se necesitan sumar para que la suma exceda a 100000?

7 La suma de los primeros seis términos de una progresión geométrica es 1365 veces el primer término. Calcula la razón.

8 El tercer término de una progresión aritmética es 5 y el séptimo es 11.
a) Calcula u_1 y d.
b) Calcula la suma de los primeros 100 términos.

9 Una cuerda de 300 m se corta en varios trozos, las longitudes de los trozos forman progresión aritmética. Si el menor de los trozos mide 1 m y el mayor 19 m, calcula el número de trozos.

10 El cuarto término de una progresión aritmética es 17. La suma de los veinte primeros términos es 990. Calcula el primer término y la diferencia de la progresión.

11 El quinto término de una progresión aritmética es 64 y el octavo término es 46.
a) Calcula el décimo tercer término.
b) Calcula la suma de los veinte primeros términos.

12 Los cuatro primeros términos de una progresión aritmética son 16; 15,5; 14; 13,5.
a) Calcula el vigésimo término.
b) ¿Qué término es igual a cero?
c) La suma de los *n* primeros términos es 246. Calcula *n*.

13 El cuarto término de una progresión geométrica es -16 y la suma infinita es 32. Demuestra que sólo hay un valor posible para la razón y calcula el valor.

14 El quinto término de una progresión geométrica es 12 y el séptimo es 3. Calcula los dos posibles valores de la suma infinita de la progresión.

15 La suma de los tres primeros términos de una progresión geométrica es 38 y la suma de los cuatro primeros términos es 65. Calcula el primer término y la razón.

16 El quinto término de una progresión geométrica es 128 y el sexto término es 512.
a) Calcula la razón y el primer término.
b) ¿Qué término vale 32768?
c) ¿Cuántos términos hay que sumar como mínimo para que la suma exceda a 100000?

17 Los primeros tres términos de una progresión geométrica son $2x+4$, $x+5$, $x+1$ donde x es un número real.
a) Calcula los dos posibles valores de x.
b) Calcula cuando sea posible la suma infinita de la progresión.

18 El cuarto término de una progresión aritmética es 17. La suma de los veinte primeros términos es 990. Calcula el primer término y la diferencia.

19 El cuarto, décimo y décimo tercer término de una progresión geométrica forman una progresión aritmética . Sabiendo que la progresión geométrica tiene suma infinita, calcula la razón.

20 Calcula $\sum_{r=1}^{12}\left[4r+\left(\frac{1}{3}\right)^{r}\right]$ con cuatro cifras significativas.

21 Calcula una expresión para la suma de los 20 primeros términos de la sucesión $lnx + lnx^4 + lnx^7 + lnx^{10} + \cdots$ dando la respuesta como un único logaritmo.

22 Calcula la suma de todos los enteros entre 1 y 1000 que no son divisibles por 7.

Empezar BI

EXPONENCIAL Y LOGARITMO

1 Resuelve la ecuación $4\times5^{x+1} = 3^{x}$, dando la respuesta en la forma $\frac{\log a}{\log b}$

2 Resuelve la ecuación $5^{3x+1} = 15$, dando la respuesta en la forma $\frac{\log a}{\log b}$ $a, b \in Z$

3 Resuelve la ecuación $3^{2x+1} = 4^{x-2}$ dando la respuesta en la forma $\frac{\log a}{\log b}$ $a, b \in Q$

4 Resuelve la ecuación $3\times2^{x-3} = \frac{1}{5^{2x}}$, dando la respuesta en la forma $\frac{\log a}{\log b}$ $a, b \in Q$

5 Calcula la solución exacta de la ecuación $3^{2x+1} - 11\times3^{x} = 4$.

6 Resuelve la ecuación $2^{2x} - 5\times2^{x} + 4 = 0$.

7 Calcula la solución exacta de la ecuación $e^{x} - 6e^{-x} = 5$.

8 Resuelve $e^{x+y} = 6$; $e^{x} + e^{y} = 5$.

9 Dado que $\log a + 1 = \log b^{2}$. Expresa a en función de *b.*

10 Dado que $\ln y = 2 + 4\ln x$. Expresa y en función de *x.*

11 Considera las ecuaciones simultáneas

$$e^{2x} + e^{y} = 800$$
$$3\ln x + \ln y = 5$$

a) Para cada ecuación, expresa y en función de x.

b) A partir de ello resuelve las ecuaciones simultáneas.

12 Resuelve la ecuación $4log_4 x = 9log_x 4$

13 Resuelve la ecuación $log_4 x + log_4(x-6) = 2$.

14 Cuando se hace una taza de te, su temperatura es de 85°C. Después de 3 minutos el te ha enfriado a 60°C. Sabiendo que la temperatura T(°C) de la taza de te desciende exponencialmente según la función $T = A + Ce^{-0,2t}$, donde t es el tiempo en minutos calcula:

a) el valor de A y C (con tres cifras significativas).

b) el tiempo transcurrido para que el te enfríe a 40°C.

15 Resuelve la ecuación $3\times9^{x} - 10\times3^{x} + 3 = 0$

16 Calcula la solución exacta de la ecuación $2^{3x+1} = 5^{5-x}$.

17 Resuelve $\begin{cases} \ln x^2 + \ln y = 15 \\ \ln x + \ln y^3 = 10 \end{cases}$

18 Sabiendo que $y = \ln x - \ln(x+2) + \ln(x^2-4)$, expresa *x* en función de *y*.

19 La gráfica cuya ecuación es $y = 4\ln(x-a)$ pasa por el punto $(5, \ln 6)$. Calcula el valor de a.

20 Calcula la solución exacta de la ecuación $2^{3x-4} \times 3^{2x-5} = 36^{x-2}$ dando la respuesta en la forma $\frac{\ln p}{\ln q}$ $p, q \in Z$.

21 Sabiendo que $log_a b^2 = c^2$; $log_b a = c+1$, expresa a en función de b.

ÁLGEBRA, FUNCIONES, TRIGONOMETRÍA

1 Calcula el conjunto de valores de k para los que la ecuación $2x^2 - kx + (2k+1) = 0$ tiene dos soluciones distintas.

2 Calcula los valores de k tal que la expresión cuadrática $kx^2 + kx + 6$ es siempre positiva.

3 Sabiendo que la curva $y = 3x^2 + x - 2$ y la recta $y = ax - 5$ no se cortan, calcula los posibles valores de a.

4 Sabiendo que $2x + 1$ es un factor de $f(x) = 6x^3 - 7x^2 - 29x - 12$, factoriza *f(x)*.

5 $2x^2 + 5x - 12$ es un factor de $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 22x + b$

a) Calcula a y b.

b) Resuelve *f(x)=0*.

6 El polinomio $f(x) = ax^3 + 10x^2 + 5x + b$ tiene tres raíces cuyo producto es -6, y *f(x)* tiene un factor *(x+1)*. Calcula los valores de *a* y *b*.

7 El polinomio $p(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$ da de resto 5 cuando se divide por *(x-2)* y de resto -1 cuando se divide por *(x+1)*. Calcula los valores de *a* y *b*.

8 Considera el polinomio $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. El resto cuando *f(x)* se divide por *(x-1)* es 11, y el resto cuando se divide por *(x+1)* es 7.

a) Escribe una ecuación en *b* y en *d*.

b) Sabiendo que la suma de las raíces es -5 y el producto 8, calcula *a, b, c* y *d.*

9 Sean α y β las raíces de la ecuación $x^2 + 5x + 3 = 0$. Calcula una ecuación cuadrática cuyas raíces sean α^2 y β^2.

10 La ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ tiene por raíces α y β. Calcula una ecuación cuadrática cuyas raíces sean 2α y 2β.

11 La ecuación $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ tiene por soluciones $1, p$ y q. La ecuación $x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ tiene por soluciones $1, \frac{1}{p}$ y $\frac{1}{q}$. Demuestra que $\gamma = \frac{a}{d}$ y calcula una expresión de α en función de *c* y *d*, simplificando la respuesta.

12 Calcula el término constante del desarrollo de $\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^9$.

13 El tercer término del desarrollo de $(1 + px)^7$ es $84x^2$. Calcula
a) los posibles valores de *p*.
b) el quinto término del desarrollo.

14 Calcula el término independiente del desarrollo de $\left(x^3 + \frac{3}{x}\right)^8$

15 La expresión cúbica $x^3 + 10x^2 + cx + d$ tiene como factor *(x+1)* y da de resto 5 cuando se divide por *(x-2)*. Calcula los valores de *c* y *d*.

16 La curva $y = x^2 + kx + 2$ no corta al eje de las *x*. Calcula los posibles valores de *k*.

17 Las raíces de la ecuación cúbica $x^3 + bx^2 + cx + d = 0$ forman una progresión aritmética. Demuestra que el segundo término depende sólo de *b*.

18 Calcula el término de grado 2 en el desarrollo $(2 + x)(3 - 2x)^5$.

19 La recta $y = x + k$ es tangente a la curva $x^2 + y^2 = 9$. Calcula los posibles valores de *k*.

20 a) Calcula los cuatro primeros términos ascendentes del desarrollo $(2 - x)^5$.
b) A partir de ello calcula el valor de 1.99^5 con cinco cifras decimales.

21 La ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ tiene por raíces α y β. Calcula una ecuación cuyas raíces sean $\alpha + 2\beta$ y $2\alpha + \beta$.

22 El resto del polinomio *f(x)* al dividirlo por $x^2 + 7x + 12$ es *(3x+2)*.
Calcula el resto cuando *f(x)* se divide por *(x+4)* .

23 El coeficiente de x^2 en el desarrollo de $(1+ax)^n$ es 54 y el coeficiente de x es 12. Calcula el valor de *a* y *n*.

Empezar BI

24 Demuestra que la condición para que la ecuación cuártica $x^4 + bx^2 + c = 0$ tenga cuatro soluciones es que $b^2 > 4c > 0$.

25 Si $f(x) = \frac{1}{\ln x}$
a) calcula el mayor dominio posible de *f(x)*.
b) calcula el recorrido de *f(x)* si el dominio es *x≥e*.

26 Calcula el mayor dominio de la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$

27 Calcula el dominio de la función $f(x) = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}$

28 Calcula en función de a el recorrido de la función $y = x^2 - 6ax + a^2$.

29 Si $f(x) = e^{ax+b}$ calcula $f^{-1}(x)$.

30 Una función esta definida en la siguiente tabla:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f(x)	7	1	6	4	2	4	9	8	3

a) Calcula $f \circ f(3)$
b) Calcula $f^{-1}(9)$.

31 Esboza la gráfica de $y = |sen2x|$, $0 \leq x \leq \pi$

32 Describe dos transformaciones que transformen la gráfica de $y = x^2$ en la gráfica de :
a) $y = 3(x-2)^2$
b) $y = |x^2 - 2|$.

33 Esboza la gráfica de $y = \frac{2x-a}{x+b}$ donde a y b son constantes positivas. Escribe la ecuación de las asíntotas y las coordenadas de la intersección con los ejes.

34
a) Calcula las coordenadas de los ceros y el vértice de la función $f(x) = x^2 - 4x - 5$.
b) Esboza la gráfica de $y = \frac{1}{x^2-4x-5}$, hallando las asíntotas, las intersecciones con los ejes y los puntos estacionarios.

35 Si $f(x) = \frac{3x-1}{2x+3}$:
a) calcula una expresión para $f^{-1}(x)$.
b) determina el dominio y el recorrido de
i) *f(x)* ii) $f^{-1}(x)$

36 Resuelve la inecuación $|2x| > 3 - x$.

37 Resuelve la inecuación $x^3 > 4x$.

38 Resuelve la inecuación $|x - 2| \leq x^2 - 4$.

39 a) Factoriza $x^3 - 5x^2 + 6x$.
b) Esboza la gráfica de $y = x^3 - 5x^2 + 6x$.
c) A partir de ello resuelve la inecuación $x^3 + 6x < 5x^2$.

40 a) Esboza la gráfica de $y = |x + 4|$.
b) Resuelve la desigualdad $|x + 4| > 6 - x$.

41 a) En los mismos ejes, esboza las gráficas de $y = 2|x| - 5$; $y = |x - 2|$.
b) Resuelve la desigualdad $2|x| - 5 > |x - 2|$.

42 Calcula el valor de a para el cual el siguiente sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones y en dicho caso calcula la ecuación de la recta

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 5 \\ x + 3y + 5z = a \end{cases}$$

43 Para cada uno de los siguientes sistemas, calcula el valor de a para el cual el sistema tiene solución única. Cuando sea posible, calcula la solución en función de a. Para todos los valores de a para los que tiene infinitas soluciones calcula la solución general

a) $\begin{cases} x + y + z = 8 \\ 3x + y - z = 18 \\ 2x + y - z = 4 + 2a \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ x + y + 3z = 10 \\ x + y + az = 10 \end{cases}$

44 Calcula los valores de k para los cuales el siguiente sistema de ecuaciones tenga infinitas soluciones

$$\begin{cases} x - 2y + z = 2 \\ x + y - 3z = k \\ 2x - y - 2z = k^2 \end{cases}$$

45 Esboza la gráfica de $y = 5 - 2|x + 3|$, dando las coordenadas de los puntos de intersección con los ejes y las coordenadas del mínimo y el máximo.

46 Si $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$:
a) Esboza la gráfica de $y = f(x)$.
b) Calcula $f^{-1}(x)$ y calcula su recorrido.
c) Calcula el dominio de la función $g(x) = f^{-1}(2 - x)$.
d) Resuelve la ecuación $f(x) = g(x)$.

47 a) Esboza la gráfica de $y = 2sen\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ para $x \in [0,2\pi]$, indicando las coordenadas de las intersecciones con los ejes y los puntos máximos y mínimos.

48 a) En los mismos ejes, esboza las gráficas de
i) $y = |3x - 7|$
ii) $y = |x^2 - x - 12|$.
b) Resuelve la inecuación $|x^2 - x - 12| < |3x - 7|$

49 Considera la función definida $f(x) = \frac{ax-a^2+1}{x-a}$
a) Demuestra que $f(x) = p + \frac{q}{x-a}$ p y q son constantes, determinadas en función de a.
b) Da dos trasformaciones que trasformen $y = \frac{1}{x}$ en la gráfica de la función $y = f(x)$.

50 a) En los mismos ejes, esboza la gráfica de $y = \ln x$; $y = 2\ln(x-2)$.
b) Resuelve la inecuación $\ln x \geq 2\ln(x-2)$

51 Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 4 \\ 2x - 4y + 3z = 1 \\ x + y + az = k \end{cases}$$

Da las condiciones para que el sistema tenga:
a) una única solución.
b) infinita soluciones.
c) no tenga solución.

52 Calcula el recorrido de la función $f(x) = \frac{2}{5+2senx}$

53 Calcula el menor valor positivo de x para el cual $\frac{1}{3-sen\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}$ toma valor máximo.

54 Demuestra que $\frac{cosx}{1-senx} + \frac{cosx}{1+senx} = 2secx \ \ , x \neq k\pi$

55 Demuestra que $\frac{cos4x}{cos2x+sen2x} = cos2x - sen2x$.

56 Demuestra que $sec^2x\,(cot^2x - cos^2x) = cot^2x$

57 Prueba que $\frac{cos2x+1}{cos^2x} + \frac{1-cos2x}{sen^2x} = 4$.

58 Demuestra que $\frac{cscx-senx}{cosx} - \frac{secx-cosx}{senx} = 2cot2x$

59 Prueba que $\frac{sen2x+senx}{1+cos2x+cosx} = tanx$

60 Demuestra que$cscx - senx = cotx\ cosx$.

61 Dado que $cosA = \frac{1}{3}$ $y\ A \in [0, \frac{\pi}{2}]$ calcula el valor exacto de

a) *csec A.*

b) *sen 2A*

62 Si $cos2\theta = \frac{2}{3}$ $, \theta \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ calcula el valor exacto de $cos\theta$.

63 Si $cos\theta = \frac{3}{4}$ $, \theta \in [\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ calcula el valor exacto de $sen\theta$

64 Si $tanA = 2$ $, A \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, calcula el valor exacto de $senA$.

65 Resuelve la ecuación $cosec\ 3x = 2$ $, x \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

66 Resuelve la ecuación $\sec 2x = \sqrt{2}$ $, x \in [0, \pi]$.

67 Resuelve la ecuación $\tan 3x = \sqrt{3}$ $, x \in [-\pi, \pi]$.

68 Resuelve la ecuación $\text{sen}\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $, x \in [-\pi, \pi]$.

69 Resuelve la ecuación $3cosec^2 2\text{x} = 4$ $, x \in [0, 2\pi]$.

70 Resuelve la ecuación $3sen^2\, x + 1 = 4\cos x$ $, x \in [-\pi, \pi]$.

71 Resuelve la ecuación $3cosec^2\, \theta + 5cotg\theta = 5$ $, \theta \in [-\pi, \pi]$.

72 Resuelve la ecuación $\cos 2x - 2 = 5\cos x$ $, x \in [0, 2\pi]$.

73 Resuelve la ecuación $\text{cotg}\, x = 2\cos x$ $, -\pi < x < \pi$

74 Calcula los valores de $\theta \in [0, \pi]$ para los que $tan^2\, 2\theta - 4\sec 2\theta + 5 = 0$.

75 Expresa $f(x) = 2\cos x - 5sen\ x$ en la forma $Rcos(x + \alpha)$ donde $R > 0, \alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

76 Calcula los valores exactos para $R > 0\ y\ \theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ tal que

$$\sqrt{3}sen\ x + \cos x = Rsen(x + \theta)$$

A partir de ello calcula el mínimo valor de $\frac{2}{3+\sqrt{3}sen\ x+\cos x}$

77 Demuestra que $5\cos x + 3sen\ x$ puede escribirse en la forma $Rcos(x - \alpha)$.
A partir de ello calcula las coordenadas del punto máximo de la gráfica de
$y = 5\cos x + 3sen\ x$ $, x \in [0, 2\pi]$

78 Un sector de un círculo con ángulo 0,65 radianes tiene 14,8 cm^2 de área.
Calcula el radio del círculo.