I.E.S. Lancia

Alumnos del Programa del Diploma

Promoción VI: 2016-2018

Recomendaciones de Trabajo de Matemáticas, para el verano previo al comienzo del Programa

León, junio de 2016

1. Calcula, racionalizando previamente:

a) $\frac{10}{3-\sqrt{5}}+\frac{6}{3+\sqrt{5}}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{2}-\sqrt{3}}+\frac{2}{5\sqrt{6}}$

2. Efectúa y da el resultado en forma de potencia y de raíz: $\frac{2^9\cdot 2^{-\frac{3}{2}}\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{\sqrt{8}\cdot 2^{-8}}}$

3. Efectúa: $\sqrt{\frac{3}{16}}-14\cdot\sqrt{\frac{27}{49}}+\frac{5}{3}\sqrt{\frac{18}{49}}=$

4. Calcula sin calculadora y expresa el resultado en notación científica:

$3,5\cdot 10^{12}+8,5\cdot 10^{13}=$; $\frac{1,44\cdot 10^{17}}{1,2\cdot 10^{-5}}=$

5. a) Escribe en forma de intervalo las siguientes desigualdades y represéntalas:

-2 ≤ x < 4; |x – 1| < 3

b) Escribe en forma de desigualdad y representa sobre la recta:

[1, 4); (- ∞, 7)

6. a) Aplica las propiedades de los números combinatorios para averiguar el valor de x:

$$\binom{15}{x+3}=\binom{15}{x-2}$$

b) Calcula: $\binom{11}{9}$

7. Calcula x en cada caso, sin calculadora:

$a)\log_2\frac{\sqrt[5]{64}\cdot 8^7}{\sqrt[3]{\sqrt{32}}\cdot 2^{-4}}=x$ $b)\log_{125}\frac{1}{\sqrt{5}}=x$ $c)\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}x=-4$

$d)\log_x\frac{1}{8}=\frac{3}{2}$ $e)x=\log_3 1-\log_{1/3}81+\log 0,0001$

8. a) Halla el error absoluto y relativo al redondear con dos cifras $\sqrt[5]{15}$:

b) Calcula $\log_3 7$ (expresa el resultado con 4 decimales):

9. Efectúa y simplifica el resultado: $\left[\frac{3x}{x+2} - \frac{x-4}{x^2-4}\right] : \frac{x^2-x}{x+2} =$

10. Descompón en factores el polinomio: $P(x) = x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 9x^2$

11. Efectúa y simplifica el resultado: $\left[\frac{10}{x^2-9} - \frac{x}{x+3}\right] : \frac{x^2+4x+4}{x^2+3x} =$

12. Resuelve: a) $x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0$

b) $\frac{x+1}{x} - \frac{3x-1}{x+1} = -\frac{2}{3}$

c) $\sqrt{2x-1} + x = 8$

d) $\frac{x-1}{x-2} - \frac{3x-7}{x-1} = 1$

e) $4x^4 + 15x^2 - 4 = 0$

f) $5\sqrt{2x+2} - 3x = 7$

g) $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$

13. Resuelve: a) $2^x + 2^{x-2} = 10$

b) $\log(x-1) - \log(2x-2) = 1 - 2\log 5$

c) $9^{x+1} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$

d) $3 \cdot 2^{x+1} - 9 \cdot 2^{x-2} = 30$

e) $\log(3x+15) - \log(x+2) + 2\log 5 = 2$

f) $25^{x+1} - 26 \cdot 5^x + 1 = 0$

g) $\log x = 1 - \log(4x-3)$

h) $2^{2x-4} - 5 \cdot 2^{x-3} + 1 = 0$

14. Resuelve el siguiente sistema:

a. $$\left.\begin{array}{l}\dfrac{2x}{3}-\dfrac{3y+x}{2}=\dfrac{7}{3}\\ \dfrac{x+2y}{12}-\dfrac{3y}{4}=1\end{array}\right\}$$

b. $$\left.\begin{array}{l}3^x+4^y=10\\ 2\cdot 3^x-7\cdot 4^y=11\end{array}\right\}$$

c. $$\left.\begin{array}{l}x^2+y^2-2x-2y+1=0\\ x^2+y^2-6x+2y+5=0\end{array}\right\}$$

d. $$\begin{cases}\log y-\log(x+1)=1-2\log 2\\ y-x^2=1\end{cases}$$

e. $$\begin{cases}\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{y}=1\\ \dfrac{y-2x}{3}=\dfrac{1-y}{2}\end{cases}$$

f. $$\begin{cases}\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{y}=2\\ \dfrac{x-y}{3}=\dfrac{3+y}{2}\end{cases}$$

15. Resuelve y representa gráficamente las soluciones de:

$a)\ \dfrac{2-x}{3}-\dfrac{2x+1}{2}+\dfrac{x}{4}\geq 2;$ $\qquad b)\ \dfrac{10-2x}{x+2}<0;$ $\qquad c)\dfrac{8-x}{1+x}\geq 2$

16. Resuelve y representa gráficamente las soluciones de:

$a)\ \dfrac{1-3x}{2}+\dfrac{x}{3}\leq 4;$ $\qquad b)|x+3|\geq 5$ $\qquad c)\dfrac{8}{1+x}\leq 2$

17. Dada la función f(x) = x^2 + 5x +6, halla:

a. Cuándo vale cero.

b. Cuándo es positiva.

c. Cuándo es negativa.

d. Represéntala para comprobarlo.

18. Dada la función $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, halla mediante su representación gráfica:

    a. Cuándo vale cero.

    b. Cuándo es positiva.

    c. Cuándo es negativa.

19. Resuelve gráficamente los sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} \mathbf{x + 4 \geq 0} \\ \mathbf{y < 3} \\ \mathbf{2x + y \leq -3} \\ \mathbf{y > x - 3} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \mathbf{2x + 3y < 6} \\ \mathbf{3x + y \geq 9} \\ \mathbf{x \leq 6} \end{cases}$

20. Halla las distintas ecuaciones de la recta que pasa por A (2,-5) y tiene de pendiente $-\dfrac{2}{3}$

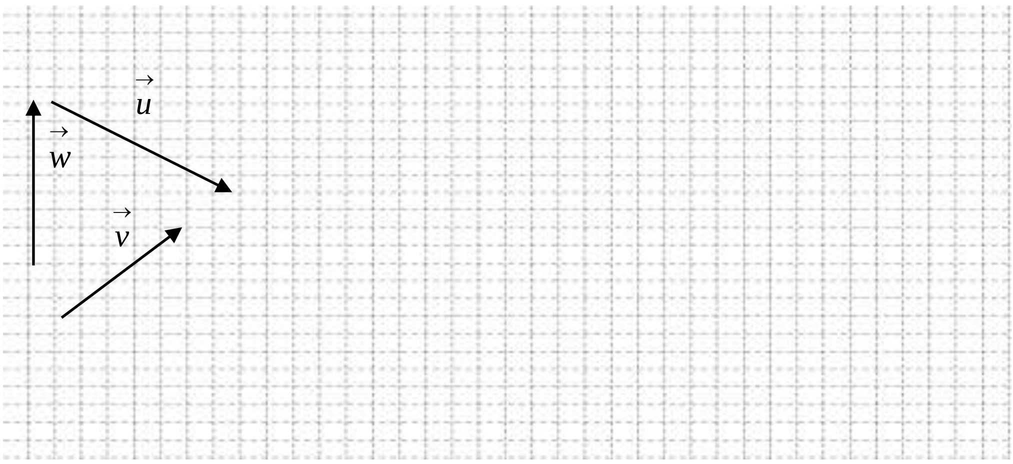
21. Halla el módulo y el argumento del vector $\vec{v}(-3,-6)$

22. Dada la recta: $\dfrac{x+2}{-3} = \dfrac{y-1}{4}$, ¿qué tipo de ecuación es? Halla dos puntos, un vector director, un vector normal, la pendiente , la ordenada en el origen. Represéntala. Halla la ecuación de una recta paralela a ésta que pase por el origen.

23. Halla, analíticamente, la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos los puntos A(5,4) y B(-1,-4). Comprueba el resultado gráficamente. ¿Qué distancia hay entre A y B?

24. Calcula geométricamente y analíticamente las componentes de los vectores:

$a)\, 2\vec{u} - 3\vec{v};$ $b)\, \vec{u} + \vec{v} - \vec{w};$



25. Dada la parábola $y = 2x^2 - 4x$. Halla el eje de simetría, coordenadas del vértice, puntos de corte con los ejes, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, concavidad. Represéntala.

26. Dados los puntos A (-1,3), B (4,-2), C (-4,x). Calcula:

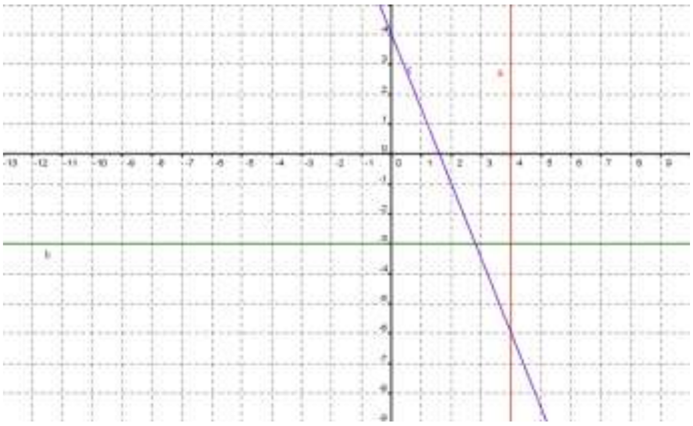
   a. Las coordenadas del vector $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$;

   b. El punto medio del segmento de extremos A y B;

   c. Distancia entre los puntos A y B;

   d. El valor de x, para que A, B, y C estén alineados.

27. Halla la ecuación de las siguientes gráficas, e indica cuáles son funciones y cuáles no:

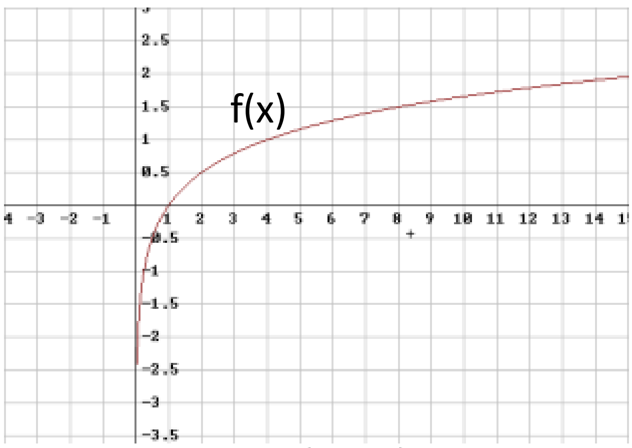


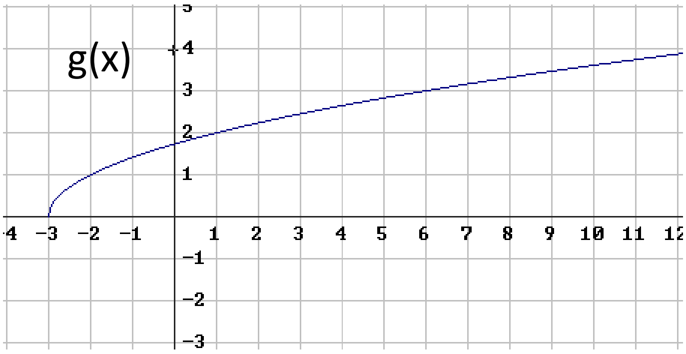
28. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

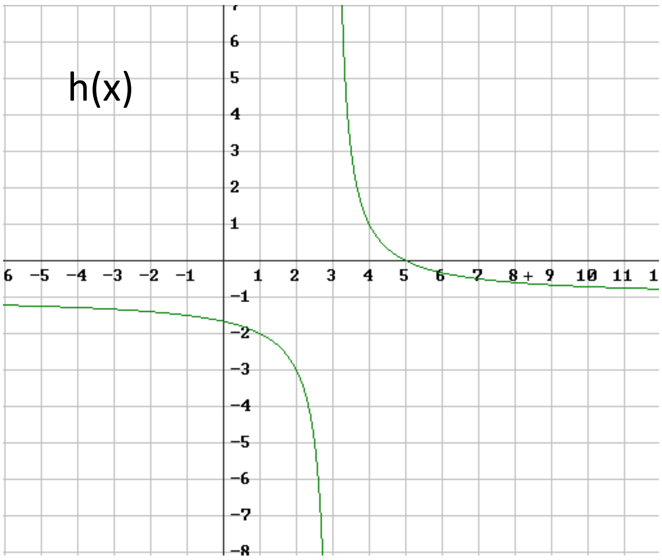
   a) $f(x) = \dfrac{3x+2}{2x-4}$; b) $g(x) = \sqrt{2x - x^2}$; c) $h(x) = \log_3(x+2)$

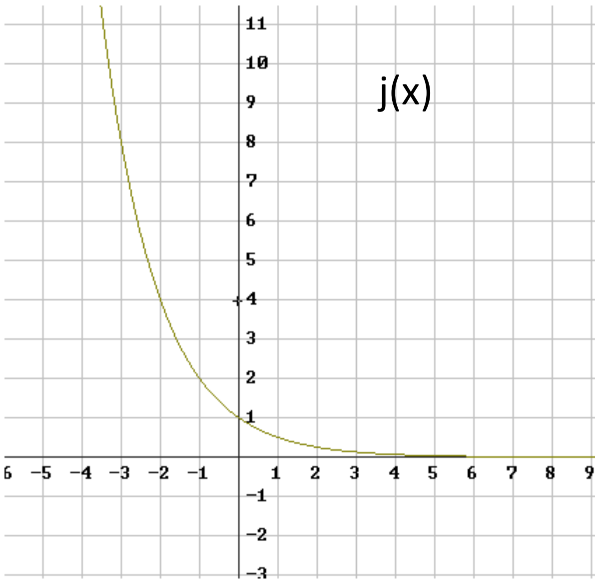
29. a) Halla la ecuación de las siguientes funciones definidas por sus gráficas, indica en qué características te fijas para obtenerlas.

   b) Representa |g(x)|









30. Representa la función siguiente e indica si tiene algún punto de discontinuidad.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 \quad si & x \leq 1 \\ 3x - x^2 \ si & x > 1 \end{cases}$$

31. Dadas las funciones $f(x) = 3x^2 - 1$, $g(x) = \dfrac{2x-5}{3}$ y $h(x) = 3^x$ Halla:

$a)(f \circ g)(x)$; b) $(h \circ f)(x)$; c) $g^{-1}(x)$; d) $h^{-1}(x)$

32. Representa la gráfica de $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 & si \quad x \leq 1 \\ -\dfrac{x+1}{2} & si \quad x > 1 \end{cases}$, e indica si presenta algún punto de discontinuidad.

33. Para la función de la figura, halla:

Dominio

Recorrido

Crece

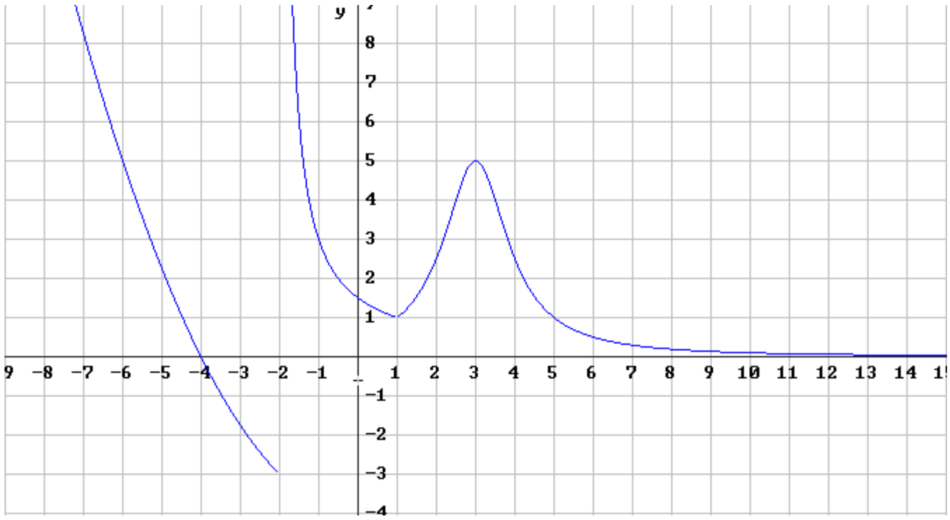
Decrece

Máximos

Mínimos

Cóncava

Convexa



$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$

$\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) =$ $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) =$

Asíntotas

34. Si $\alpha \in$4º cuadrante y cosα = $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$, calcula razonadamente y sin calculadora senα y tgα.

35. Calcula, reduciendo al primer cuadrante, las razones trigonométricas siguientes:

sen(1755); cos(-120); tg(150)

36. En el centro de un lago sale verticalmente un chorro de agua, y se quiere medir su altura. Para ello, se mide el ángulo de elevación desde la orilla a la parte más alta del chorro de agua y se obtiene 68°, alejándose 75m del lago se vuelve a medir el ángulo de elevación y se obtiene 37°. Calcula la altura del chorro de agua.

37. Se sabe que un faro tiene una altura de 196 m sobre el nivel del mar. Desde un barco en el mar se ve el faro bajo un ángulo de 14° 16’ 32”. ¿A qué distancia se encuentra el barco de la costa?

38. Si tgα= $2\sqrt{2}$ y 180< α <270, calcula, sin calculadora, senα y cosα.

39. Sin calculadora halla las siguientes razones trigonométricas:

    sen(-150); cos(1740º); tg(135). Razona tus respuestas.

40. Calcula la altura de un árbol, sabiendo que desde un punto del terreno observamos su copa bajo un ángulo de 60° y si nos alejamos 10 m, bajo un ángulo de 30°. ¿A qué distancia del árbol nos encontramos?

41. a) Resuelve: cosec(x) = 2 (sin calculadora).

    b) Si sen x= 3/5 , calcula sen(x – π).

42. a) Existe algún ángulo que verifique que sen(a)=0,2 y cos(a)=0,8. Razona la respuesta.

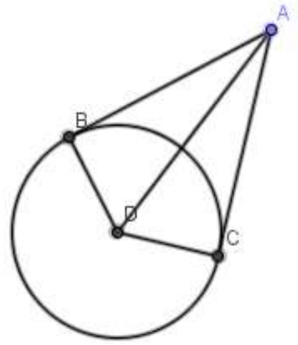
    c) Existe algún ángulo que verifique que sec(a)=1,2. Razona la respuesta.

    d) Si sen(a)=1 , ¿qué puedes decir de la tg(a)?

    e) Expresa en grados sexagesimales 3 radianes.

43. En un triángulo isósceles cada uno de los lados iguales mide 5 m y el ángulo desigual mide 106° 15’ 36,7’’. Halla los demás elementos del triángulo.

44. En una moneda de 2€ trazamos las dos tangentes (perpendiculares al radio que pasa por el punto de tangencia) desde una distancia de 4,8 cm del centro formando un ángulo de 49,24°. Calcular el radio de la moneda de 2€.



45. Con los dígitos 1, 3, 5, 7 y 9, ¿cuántos números de cuatro cifras diferentes se pueden formar? ¿Cuántos de estos números son múltiplos de 5?

46. En una jornada futbolística, ¿cuántas quinielas diferentes es posible rellenar? Considera que la quiniela tiene 14 partidos.

47. Una apuesta de lotería primitiva consiste en elegir 6 números entre el 1 y el 49. ¿Cuántas apuestas diferentes pueden llevarse a cabo?

IES Lancia, Departamento de Matemáticas, veinte de junio de 2016.